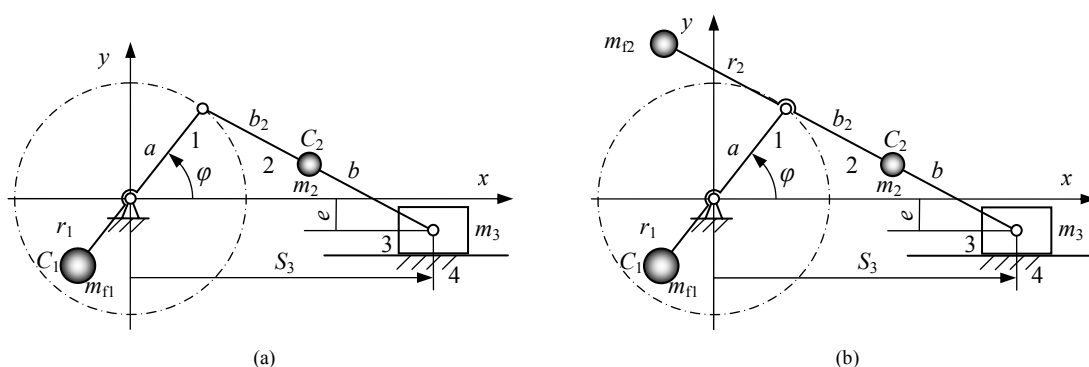


习 题

6-1 题 6-1 图(a)为一偏置曲柄滑块机构。偏心距 $e = -0.15 \text{ m}$; 曲柄 1 的杆长 $a = 0.35 \text{ m}$, 质心在 A 点, 转动惯量 $J_A = 0.08 \text{ kgm}^2$, 角速度 $\omega_1 = 18 \text{ rad/s}$; 连杆 2 的杆长 $b = 1.05 \text{ m}$, 关于质心 C_2 的转动惯量 $J_{C_2} = 0.45 \text{ kgm}^2$, $b_2 = BC_2 = 0.5 \text{ m}$, 质量 $m_2 = 60 \text{ kg}$; 滑块 3 的质量 $m_3 = 100 \text{ kg}$ 。

(1) 若对机构的惯性力作完全平衡, 求应加在曲柄 1 上的平衡质量 m_{f1} (取 $r_1 = 0.3 \text{ m}$) 以及连杆 2 上的平衡质量 m_{f2} (取 $r_2 = 0.4b \text{ m}$), 如图(b)所示 (参考答案: $m_{f1} = 561.6 \text{ kg}$, $m_{f2} = 321 \text{ kg}$)。

(2) 若对机构惯性力的水平分量作部分平衡, 求应加在曲柄 1 上的平衡质量 m_{f1} (取 $r_1 = 0.3 \text{ m}$) (参考答案: $m_{f1} = 117 \text{ kg}$)。



题 6-1 图

解:

(1) 将连杆 2 的质心调节到 B 点, 设增加的质径积为 $m_{f2} r_2$, 由 $m_{f2} r_2 = m_2 b_2 + m_3 b$ 得

$$m_{f2} = (m_2 b_2 + m_3 b) / r_2 = (60 \times 0.5 + 100 \times 1.05) / (0.4 \times 1.05) = 321 \text{ kg}$$

将曲柄 1 的质心调节到 A 点, 设增加的质径积为 $m_{f1} r_1$, 由 $(m_2 + m_3 + m_{f2})a = m_{f1} r_1$ 得

m_{f1}

$$m_{f1} = (m_2 + m_3 + m_{f2})a / r_1 = (60 + 100 + 321) \times 0.35 / 0.3 = 561.6 \text{ kg}$$

(2) 滑块 3 的位移、速度与加速度分别为

$$S_3 = a \cos \varphi + \sqrt{b^2 - (a \sin \varphi - e)^2}$$

$$S_3 = a \cos \varphi + b \sqrt{1 - \left(\frac{a \sin \varphi - e}{b}\right)^2}, \quad \sqrt[n]{1-x} = 1 - x/n, \quad \sqrt[n]{1-x^2} = 1 - x^2/n$$

$$S_3 = a \cos \varphi + b - \frac{(a \sin \varphi - e)^2}{2b}$$

$$V_3 = -a\omega_1 \sin \varphi - \frac{a \sin \varphi - e}{b} a\omega_1 \cos \varphi$$

$$a_3 = -a\omega_1^2 \cos \varphi - \frac{a \cos \varphi}{b} a\omega_1^2 \cos \varphi + \frac{a \sin \varphi - e}{b} a\omega_1^2 \sin \varphi$$

$$a_3 = -a\omega_1^2 \left[\cos \varphi + \frac{a \cos \varphi}{b} \cos \varphi - \frac{a \sin \varphi}{b} \sin \varphi + \frac{e}{b} \sin \varphi \right]$$

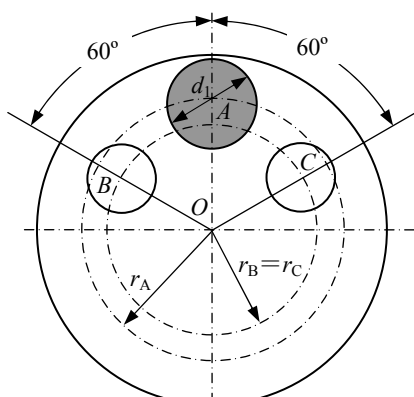
$$a_3 = -a\omega_1^2 \left[\cos \varphi + \frac{e}{b} \sin \varphi + \frac{a}{b} \cos(2\varphi) \right]$$

设在曲柄 1 上增加的质径积为 $m_{f1} r_1$, 由力的平衡方程

$$m_{\text{fl}} \omega_1^2 r_1 \cos(\varphi + \pi) + m_3 a \omega_1^2 \cos \varphi = 0 \text{ 得}$$

$$m_{\text{fl}} = m_3 a / r_1 = 100 \times 0.35 / 0.3 = 117 \text{ kg}$$

6-2 题 6-2 图 为等厚圆盘中, 在 A 处有一偏心凸出圆柱体, 质量 $m_A = 2 \text{ kg}$, 其凸出厚度与圆盘等厚, 其直径 $d_1 = 15 \text{ mm}$, $r_A = 160 \text{ mm}$ 。在结构上要求在 B 、 C 处开两个圆孔以达到静平衡的目的, 已知 $r_B = r_C = 140 \text{ mm}$, 求这两个圆孔的直径 d_B 、 d_C 的大小 (参考答案:



题 6-2 图

(1) 力多边形为

$$\left(\frac{\pi}{4} d_1^2 h \frac{\gamma}{g} \right) \omega^2 r_A$$

$$\left(\frac{\pi}{4} d_B^2 h \frac{\gamma}{g} \right) \omega^2 r_B$$

$$\left(\frac{\pi}{4} d_C^2 h \frac{\gamma}{g} \right) \omega^2 r_C$$

(2) 几何关系为

$$d_1^2 r_A = d_B^2 r_B = d_C^2 r_C$$

$$d_B = d_1 \sqrt{r_A / r_B}$$

$d_B = d_C = 16.036 \text{ mm}$)。

6-3 在题 6-3 图 示的铰链四杆机构中, 已知 $L_{AB} = 48 \text{ mm}$, $L_{BC} = 160 \text{ mm}$, $L_{CD} = 105 \text{ mm}$, $L_{AD} = 200 \text{ mm}$, 各构件的质量分别为 $m_1 = 10 \text{ kg}$, 质心在 A 点; $m_2 = 36 \text{ kg}$, $L_{BS2} = 90 \text{ mm}$; $m_3 = 25 \text{ kg}$, $L_{DS3} = 80 \text{ mm}$ 。如在曲柄 AB 和摇杆 CD 上设置配重, $r_{\text{fl}} = 50 \text{ mm}$ $r_{\text{f3}} = 80 \text{ mm}$, 使机构的惯性力达到完全平衡, 求配重的大小和位置 (参考答案: $m_{\text{fl}} = 15.12 \text{ kg}$, 在 BA 的延长线上; $m_{\text{f3}} = 51.578 \text{ kg}$, 在 CD 的延长线上)。

解:

(1) 将 m_2 分配到 B 、 C 两点, m_{B2} 、 m_{C2} 分别为

$$m_2 L_{BS2} = m_{C2} L_{BC}$$

$$m_{C2} = m_2 L_{BS2} / L_{BC} = 36 \times 90 / 160 = 20.25 \text{ kg}$$

$$m_{B2} = 36 - m_{C2} = 36 - 20.25 = 15.75 \text{ kg}$$

(2) 计算 m_{fl} 、 m_{f3}

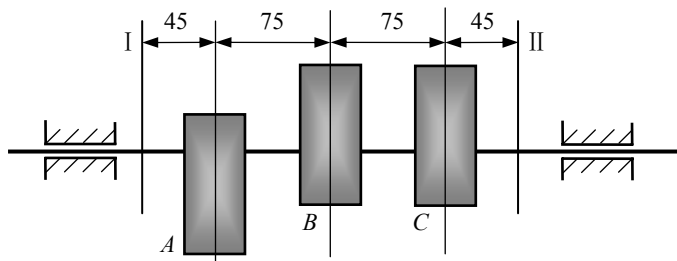
由 $m_{B2} L_{AB} = m_{\text{fl}} r_{\text{fl}}$ 得

$$m_{\text{fl}} = m_{B2} L_{AB} / r_{\text{fl}} = 15.75 \times 48 / 50 = 15.12 \text{ kg}$$

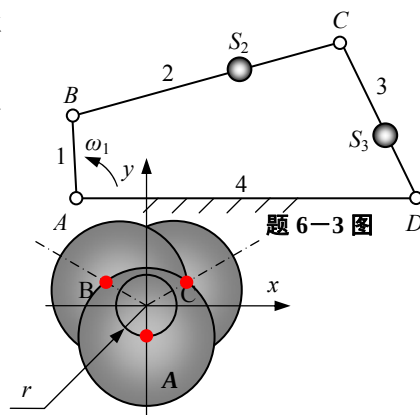
由 $m_{C2} L_{CD} + m_3 L_{DS3} = m_{\text{f3}} r_{\text{f3}}$ 得

$$m_{\text{f3}} = (m_{C2} L_{CD} + m_3 L_{DS3}) / r_{\text{f3}} = (20.25 \times 105 + 25 \times 80) / 80 = 51.578 \text{ kg}$$

6-4 题 6-4 图 为凸轮轴, 三个凸轮相互错开 120° , 其质量均为 6 kg , 质心到转动中心的距离 $r = 16 \text{ mm}$, 若选择 I、II 两个平面为动平衡校正平面, $r_I = r_{\text{II}} = 32 \text{ mm}$, 求所加平



题 6-4 图



题 6-3 图

衡质量的大小与相位 (参考答案: $m_{\Sigma I} = m_{\Sigma II} = 1.621 \text{ kg}$, 关于 x 轴的方位角 $\varphi_{\Sigma I} = 60^\circ$, $\varphi_{\Sigma II} = 240^\circ$)。

解:

- (1) 将惯性力分解到校正平面 I、II 上

$$P_{AI} = (m_A \omega^2 r) \times 195/240 = (6 \times 16 \omega^2) \times 195/240 = 78 \omega^2$$

$$P_{BI} = (m_B \omega^2 r) \times 120/240 = (6 \times 16 \omega^2) \times 120/240 = 48 \omega^2$$

$$P_{CI} = (m_C \omega^2 r) \times 45/240 = (6 \times 16 \omega^2) \times 45/240 = 18 \omega^2$$

$$P_{AII} = (m_A \omega^2 r) \times 45/240 = (6 \times 16 \omega^2) \times 45/240 = 18 \omega^2$$

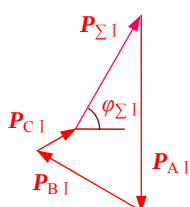
$$P_{BII} = (m_B \omega^2 r) \times 120/240 = (6 \times 16 \omega^2) \times 120/240 = 48 \omega^2$$

$$P_{CII} = (m_C \omega^2 r) \times 195/240 = (6 \times 16 \omega^2) \times 195/240 = 78 \omega^2$$

- (2) 使校正平面 I、II 上的惯性力与所加平衡质量的惯性力等于零

$$P_{AI} + P_{BI} + P_{CI} + P_{\Sigma I} = 0$$

$$P_{AII} + P_{BII} + P_{CII} + P_{\Sigma II} = 0$$



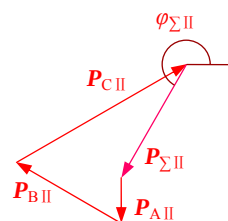
$$P_{\Sigma I} / \omega^2 = 17.29 \times 78 / 26 = 51.871 = m_{\Sigma I} r = 32 m_{\Sigma I}$$

$$P_{\Sigma II} / \omega^2 = 17.29 \times 78 / 26 = 51.871 = m_{\Sigma II} r = 32 m_{\Sigma II}$$

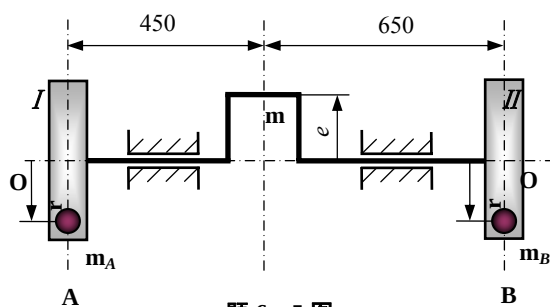
$$m_{\Sigma I} = m_{\Sigma II} = 51.871 / 32 = 1.621 \text{ kg}$$

$$\varphi_{\Sigma I} = 60^\circ$$

$$\varphi_{\Sigma II} = \varphi_{\Sigma I} + 180 = 240^\circ$$



6—5 题 6—5 图 为曲轴上安装 A 和 B 两个飞轮, 已知曲柄的长度 $e = 200 \text{ mm}$, 曲柄在距转动中心为 e 处的不平衡质量 $m = 400 \text{ kg}$ 。若在 A 和 B 两个飞轮上安装两个平衡质量 m_A 、 m_B , 其距轴线 OO 的距离均为 $r = 500 \text{ mm}$, 求应加平衡质量 m_A 、 m_B 的大小与相位 (参考答案: $m_A = 94.545 \text{ kg}$, $m_B = 65.455 \text{ kg}$)。



题 6—5 图

解:

$$P_I = (m \omega^2 e) \times 650/1100 = m_A \omega^2 r = 500 m_A \omega^2$$

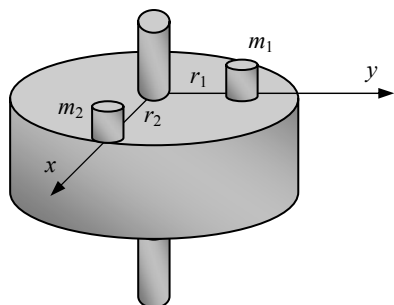
$$m_A = (400 \times 200) \times 650 / (1100 \times 500) = 94.545 \text{ kg}$$

$$P_{II} = (m \omega^2 e) \times 450/1100 = m_B \omega^2 r = 500 m_B \omega^2$$

$$m_B = (400 \times 200) \times 450 / (1100 \times 500) = 65.455 \text{ kg}$$

6—6 题 6—6 图 所示的圆盘上存在两个不平衡质量, $m_1 = 1 \text{ kg}$, $r_1 = 50 \text{ mm}$; $m_2 = 1.2 \text{ kg}$,

$r_2=80\text{ mm}$, m_1 与 m_2 之间的夹角为 90° 。圆盘的转速 $n=1460\text{ r/min}$, 若不进行静平衡, 求支承上附加动压力的 P_Σ 大小 (参考答案: $P_\Sigma=2\,530\text{ N}$)。



题 6-6 图

解:

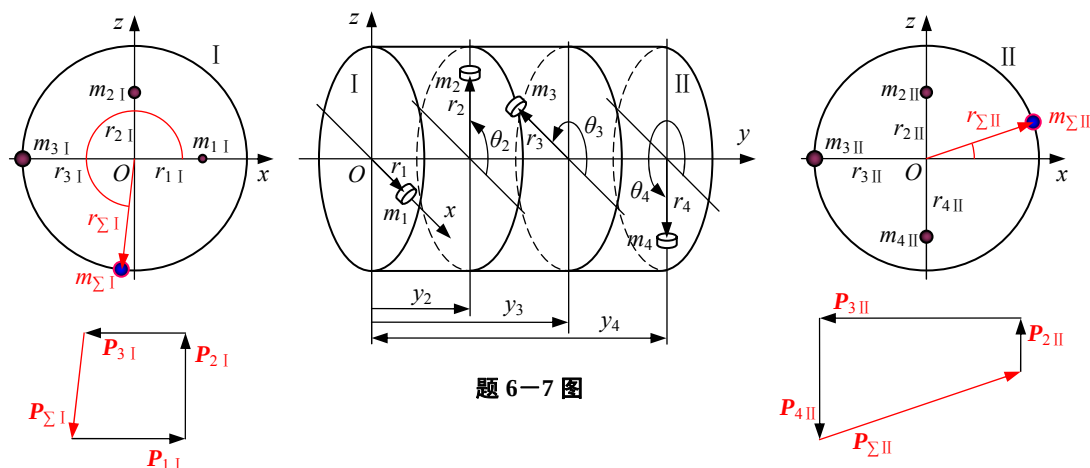
$$\omega = 2n\pi/60 = 2 \times 1460 \times \pi / 60 = 152.891\text{ rad/s}$$

$$P_I = m_1 \omega^2 r_1 = 1 \times 152.891^2 \times 0.050 = 1\,168.780\text{ N}$$

$$P_{II} = m_2 \omega^2 r_2 = 1.2 \times 152.891^2 \times 0.080 = 2\,244.058\text{ N}$$

$$P_\Sigma = (1168.780^2 + 2244.058^2)^{0.5} = 2\,530\text{ N}$$

6-7 题 6-7 图为一个刚性转子, 在四个位置上存在不平衡质量, $m_1=10\text{ kg}$ 、 $r_1=150\text{ mm}$ 、 $\theta_1=0^\circ$, $m_2=15\text{ kg}$ 、 $r_2=140\text{ mm}$ 、 $\theta_2=90^\circ$ 、 $y_2=200\text{ mm}$, $m_3=20\text{ kg}$ 、 $r_3=200\text{ mm}$ 、 $\theta_3=180^\circ$ 、 $y_3=400\text{ mm}$, $m_4=10\text{ kg}$ 、 $r_4=160\text{ mm}$ 、 $\theta_4=270^\circ$ 、 $y_4=600\text{ mm}$ 。设增加平衡质量的校正平面为两个端面, 平衡质量所在的半径 $r_I=r_{II}=200\text{ mm}$, 求平衡质量 $m_{\Sigma I}$ 与 $m_{\Sigma II}$ 的大小及其相位 $\varphi_{\Sigma I}$ 与 $\varphi_{\Sigma II}$ (参考答案: $m_{\Sigma I}=7.05\text{ kg}$, $\varphi_{\Sigma I}=263.197^\circ$; $m_{\Sigma II}=14.07\text{ kg}$, $\varphi_{\Sigma II}$



题 6-7 图

$=18.654^\circ$)。

解:

(1) 校正平面 I 上的惯性力与平衡

$$P_{II} = P_1, \quad P_{2I} = P_2(y_4 - y_2)/y_4, \quad P_{3I} = P_3(y_4 - y_3)/y_4 \text{ 和 } P_{4I} = 0;$$

$$P_{II} = P_1 = m_1 r_1 \omega^2 = 10 \times 0.15 \times \omega^2 = 1.5 \omega^2,$$

$$P_{2I} = P_2(y_4 - y_2)/y_4 = 15 \times 0.14 \times \omega^2 (0.6 - 0.2)/0.6 = 1.4 \omega^2,$$

$$P_{3I} = P_3(y_4 - y_3)/y_4 = 20 \times 0.20 \times \omega^2 (0.6 - 0.4)/0.6 = 1.333 \omega^2$$

$$P_{4I} = 0,$$

$$\vec{P}_{II} + \vec{P}_{2I} + \vec{P}_{3I} + \vec{P}_{4I} + \vec{P}_{\Sigma I} = 0, \quad 1.5 \omega^2 + 1.4 \omega^2 + 1.333 \omega^2 + \vec{P}_{\Sigma I} = 0;$$

$$P_{\Sigma I} = \omega^2 \sqrt{(1.5 - 1.33)^2 + 1.4^2} = 1.410 \omega^2.$$

校正平面 I 上的平衡质量 $m_{\Sigma I}$ 与相位 $\varphi_{\Sigma I}$ 分别为

$$\begin{aligned}
P_{\Sigma I} &= 1.410\omega^2 = m_{\Sigma I}r_{\Sigma I}\omega^2, \\
m_{\Sigma I} &= 1.410/r_{\Sigma I} = 1.410/0.2 = 7.05 \text{ kg}, \\
\varphi_{\Sigma I} &= 270^\circ - \arctan[(1.5 - 1.333)/1.4] = 263.197^\circ.
\end{aligned}$$

(2) 校正平面 II 上的惯性力与平衡

$$\begin{aligned}
P_{1II} &= 0, \quad P_{2II} = P_2y_2/y_4, \quad P_{3II} = P_3y_3/y_4 \text{ 和 } P_{4II} = P_4; \\
P_{1II} &= 0, \\
P_{2II} &= P_2y_2/y_4 = 15 \times 0.14 \times \omega^2 \times 0.2/0.6 = 0.7\omega^2, \\
P_{3II} &= P_3y_3/y_4 = 20 \times 0.20 \times \omega^2 \times 0.4/0.6 = 2.666\omega^2 \\
P_{4II} &= P_4 = m_4r_4\omega^2 = 10 \times 0.16 \times \omega^2 = 1.6\omega^2. \\
\vec{P}_{1II} + \vec{P}_{2II} + \vec{P}_{3II} + \vec{P}_{4II} + \vec{P}_{\Sigma II} &= 0, \quad 0.7\omega^2 + 2.666\omega^2 + 1.6\omega^2 + P_{\Sigma II} = 0. \\
P_{\Sigma II} &= \omega^2 \sqrt{(1.6 - 0.7)^2 + 2.666^2} = 2.814\omega^2.
\end{aligned}$$

校正平面 II 上的平衡质量 $m_{\Sigma II}$ 与相位 $\varphi_{\Sigma II}$ 分别为

$$\begin{aligned}
P_{\Sigma II} &= 2.814\omega^2 = m_{\Sigma II}r_{\Sigma II}\omega^2, \quad m_{\Sigma II} = 2.814/r_{\Sigma II} = 2.814/0.2 = 14.07 \text{ kg}, \\
\varphi_{\Sigma II} &= \arctan[(1.6 - 0.7)/2.666] = 18.654^\circ.
\end{aligned}$$