## 习　题

7—1　题 7—1 图(a)为一偏置曲柄滑块机构。偏心距 $e=-0.15$ m；曲柄 1 是圆盘上的一条线，杆长 $a=0.35$ m，圆盘的质心在 $A$ 点，质量 $m_1=80$ kg，转动惯量 $J_1=0.07$ kgm$^2$，角速度 $\omega_1$ 的平均值 $\omega_{1m}=16$ rad/s，连杆 2 的杆长 $b=1.05$ m，关于质心 $C_2$ 的转动惯量 $J_{C2}=0.25$ kgm$^2$，$DC_2=b_{C2}=0.65$ m，质量 $m_2=100$ kg，滑块 3 的质量 $m_3=120$ kg。当滑块 3 的速度 $V_3\leqslant 0$ 时，滑块 3 上的工作阻力 $F_r=8\,000$ N；当 $V_3>0$ 时，$F_r=0$，如图(b)所示。若以曲柄 1 的角位移 $\varphi_1$ 作为等效构件的角位移，安装在曲柄轴上的飞轮转动惯量 $J_F=100$ kgm$^2$，忽略构件的等效转动惯量。试求：

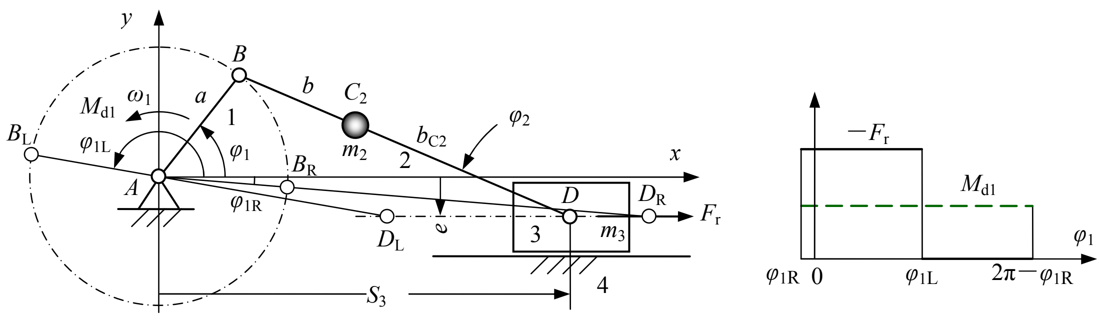
(1) 机构关于 $A$ 点的等效转动惯量 $J_{e1}$；

(2) 作用在等效构件上的等效阻力矩 $M_{er1}$；

(3) 若驱动力矩为常数，求驱动力矩 $M_{d1}$ 的大小（参考答案：$M_{d1}=901.7$ Nm）；

(4) 求最大盈亏功 $\triangle W_{max}$（参考答案：$\triangle W_{max}=3243.491$ Nm）

(5) 求曲柄 1 的速度波动不均匀系数 $\delta$（参考答案：$\delta=0.1055$）。




(a)　　　　(b)

**题 7—1 图**

解：

(1) 机构的位移分析与速度分析

$$a\cos\varphi_1 - b\cos\varphi_2 = S_3$$

$$a\sin\varphi_1 - e = b\sin\varphi_2$$

$$\varphi_2 = \arctan 2[(a\sin\varphi_1 - e)/(-\sqrt{b^2-(a\sin\varphi_1 - e)^2})]$$

$$S_3 = a\cos\varphi_1 - b\cos\varphi_2 = a\cos\varphi_1 + \sqrt{b^2-(a\sin\varphi_1 - e)^2}$$

$$-a\omega_1\sin\varphi_1 + b\omega_2\sin\varphi_2 = V_3$$

$$a\omega_1\cos\varphi_1 = b\omega_2\cos\varphi_2$$

$$\omega_2 = a\omega_1\cos\varphi_1/(b\cos\varphi_2)$$

$$V_3 = -a\omega_1\sin\varphi_1 + b\omega_2\sin\varphi_2 = -a\omega_1\sin\varphi_1 + (b\sin\varphi_2)a\omega_1\cos\varphi_1/(b\cos\varphi_2)$$
$$= -a\omega_1(\sin\varphi_1 - \cos\varphi_1\tan\varphi_2)$$

连杆 2 上 $C_2$ 点的速度 $V_{xC2}$、$V_{yC2}$ 分别为

$$x_{C2} = a\cos\varphi_1 - (b-b_{C2})\cos\varphi_2$$

$$y_{C2} = a\sin\varphi_1 - (b-b_{C2})\sin\varphi_2$$

$$V_{xC2} = -a\omega_1\sin\varphi_1 + (b-b_{C2})\omega_2\sin\varphi_2$$

$$V_{yC2} = a\omega_1 \cos\varphi_1 - (b - b_{C2})\omega_2 \cos\varphi_2$$

(2) 机构关于 $A$ 点的等效转动惯量 $J_{e1}$

$$J_e(\varphi_1) = J_1 + m_2(\frac{V_{xC2}}{\omega_1})^2 + m_2(\frac{V_{yC2}}{\omega_1})^2 + J_{C2}(\frac{\omega_2}{\omega_1})^2 + m_3(\frac{V_3}{\omega_1})^2$$

(3) 作用在等效构件上的等效阻力矩 $M_{er1}$

$$M_{er1} = F_r V_3 / \omega_1 = -a(\sin\varphi_1 - \cos\varphi_1 \tan\varphi_2)F_r$$

(4) 若驱动力矩为常数，求驱动力矩 $M_{d1}$ 的大小

(4.1) 曲柄 1 的工作区间[ $\varphi_{1R}$， $\varphi_{1L}$ ]与非工作区间[ $\varphi_{1L}$， $\varphi_{1R}$ ]

$$\varphi_{1R} = \arctan[e/(a+b)] = \arctan[-0.150/(0.350+1.050)] = -6.1155^\circ$$

$$\varphi_{1L} = 180^\circ + \arctan[e/(-a+b)] = 180^\circ + \arctan[-0.150/(-0.350+1.050)] = 167.90524^\circ$$

$$\varphi_{work} = \varphi_{1L} - \varphi_{1R} = 167.90524^\circ + 6.1155^\circ = 174.02074^\circ = 3.03723 \quad \text{rad}$$

$$\varphi_{back} = 360^\circ - \varphi_{work} = 360^\circ - 174.02074^\circ = 185.97926^\circ = 3.24595 \quad \text{rad}$$

(4.2) 滑块 3 的行程 $H$

$$S_{3R} = \sqrt{(a+b)^2 - e^2} = \sqrt{(0.350+1.050)^2 - 0.150^2} = 1.39194 \quad (\text{m})$$

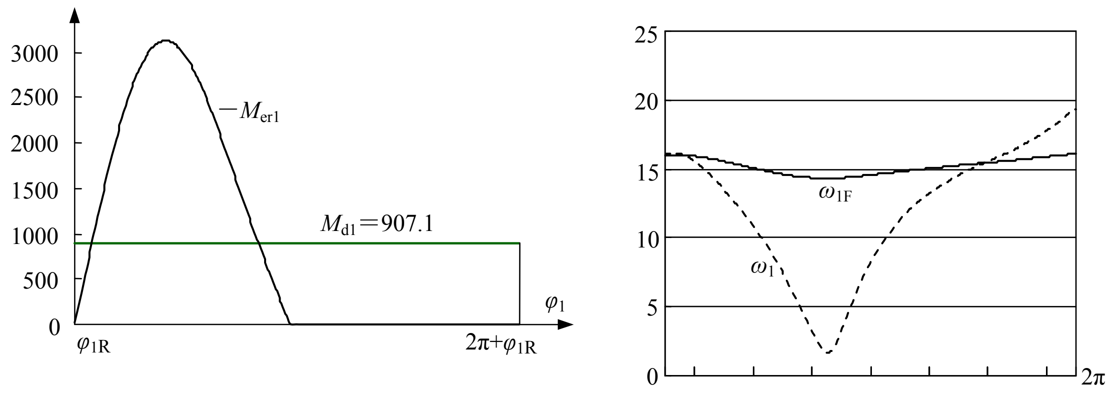
$$S_{3L} = \sqrt{(-a+b)^2 - e^2} = \sqrt{(-0.350+1.050)^2 - 0.150^2} = 0.683740 \quad (\text{m})$$

$$H = S_{3R} - S_{3L} = 1.39194 - 0.683740 = 0.7082 \quad (\text{m})$$

(4.3) 曲柄 1 上的驱动力矩 $M_{d1}$

$$2\pi M_{d1} = F_r H + 0$$

$$M_{d1} = F_r H/(2\pi) = 8000 \times 0.7082/(2\pi) = 901.7 \text{ Nm}$$




(c) (d)

**题 7—1 图**

(5）求最大盈亏功△$W_{max}$

$$\Delta W = \int_{\varphi_{1R}}^{\varphi_{1L}} (M_{d1} + M_{er1}) d\varphi_1 = \int_{\varphi_{1R}}^{\varphi_{1L}} [901.7 - a(\sin\varphi_1 - \cos\varphi_1 \tan\varphi_2)F_r] d\varphi_1$$

$W_{max}$＝37.164 Nm，$W_{min}$＝－3206.326 Nm，△$W_{max}$＝37.164＋3206.326＝3243.491 Nm

$\delta = \Delta W_{max}/[\omega_{1m}^2(J_{e1P} + J_F)]$， $\delta = 3243.491/[16^2 \times (20.08498+100)] = 0.1055$ 。■

(6) 求运动规律

$$M_{e1}=M_{d1}-a(\sin\varphi_1-\cos\varphi_1\tan\varphi_2)F_r$$

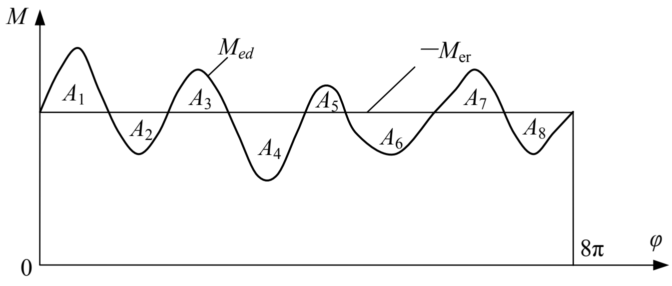
$$\omega_1[\varphi(i+1)]=\frac{M_{e1}\{\varphi(i),\omega_1[\varphi(i)]\}\times\Delta\varphi-0.5\omega_1^2[\varphi(i)]\{J_{e1}[\varphi(i+1)]-J_{e1}[\varphi(i)]\}+J_{e1}[\varphi(i)]\times\omega_1^2[\varphi(i)]}{J_{e1}[\varphi(i)]\times\omega_1[\varphi(i)]}$$

数值计算的结果：$J_{e1p}$＝20.08489 kgm$^2$，$M_{d1}$＝701.71Nm，$\omega_{1m}$＝12.04258 rad/s，$\omega_{1Fm}$＝15.18783 rad/s，

无飞轮时速度波动的不均匀系数：$\delta=\dfrac{\omega_{1\max}-\omega_{1\min}}{\omega_{1m}}=\dfrac{19.336350-1.687199}{12.042579}=1.46556$

有飞轮时速度波动的不均匀系数：$\delta_F=\dfrac{\omega_{1F\max}-\omega_{1F\min}}{\omega_{1Fm}}=\dfrac{16.096952-14.320272}{15.187825}=0.11698$。

7－2　题7－2图为转化到多缸发动机曲轴上的等效驱动力矩 $M_{ed}$ 和等效阻力矩 $M_{er}$ 在一个运动循环内的变化曲线，等效阻力矩为常数，其等效驱动力矩曲线与阻抗力矩线所围成的各块面积依次为 $A_1$＝＋680、$A_2$＝－420、$A_3$＝＋490、$A_4$＝－620、$A_5$＝＋290、$A_6$＝－490、$A_7$＝＋360 及 $A_8$＝－290 mm$^2$，该图的比例尺为 $\mu_M$＝120 Nm/mm，$\mu_\varphi$＝0.01 rad/mm。设曲轴的平均转速为 $n_1$＝600 r/min，其他构件的转动惯量忽略不计。若要求速度不均匀系数为 $\delta$＝0.015，求在曲轴上应安装飞轮的转动惯量 $J_F$ 的大小。




**题 7－2 图**

解：

(1) 计算功的累加值

$A_1$＝＋680

$A_1$＋$A_2$＝260

$A_1$＋$A_2$＋$A_3$＝**750**

$A_1$＋$A_2$＋$A_3$＋$A_4$＝130

$A_1$＋$A_2$＋$A_3$＋$A_4$＋$A_5$＝420

$A_1$＋$A_2$＋$A_3$＋$A_4$＋$A_5$＋$A_6$＝**－70**

$A_1$＋$A_2$＋$A_3$＋$A_4$＋$A_5$＋$A_6$＋$A_7$＝290

$A_1$＋$A_2$＋$A_3$＋$A_4$＋$A_5$＋$A_6$＋$A_7$＋$A_8$＝0。

(2) 计算最大盈亏功

最大的面积为 **750**，最小的面积为 **－70**，最大盈亏功为

$\triangle W_{max}=[750-(-70)]\,\mu_M\mu_\varphi=820\times120\times0.01=984$ Nm

(3) 计算角速度的平均值

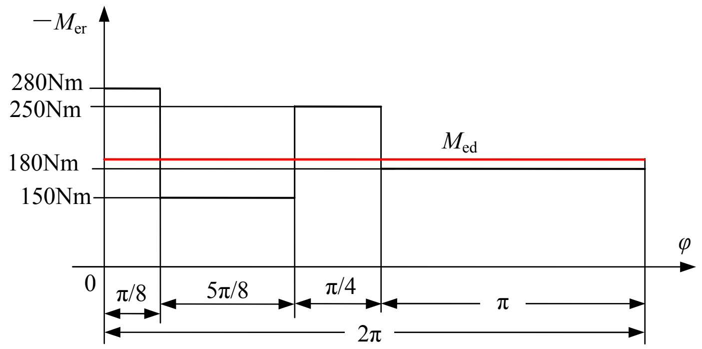
$\omega_{1m}=2\pi n_1/60=2\pi\times600/60=62.832$ rad/s

(4) 计算飞轮的转动惯量 $J_F$

由 $J_F\geqslant\triangle W_{max}/(\omega_{1m}^2[\delta])-J_e$ 计算飞轮的转动惯量 $J_F$ 为

$J_F\geqslant984/(62.832^2\times0.015)-0=16.616$ kgm$^2$。■

7－3 作用在某一机器从动件上的等效阻力矩 $M_{er}$ 如题 7－3 图所示，等效驱动力矩 $M_{ed}$ 近似为一常数，从动件的平均转速 $n=240$ r/min，从动件的不均匀系数 $\delta=0.026$，关于该从动件的等效转动惯量的平均值 $J_{eP}=2$ kgm$^2$，求安装在该从动件上的飞轮转动惯 $J_F$ 。




**题 7－3 图**

解：

(1) 计算等效驱动力矩

$$M_{ed}=(280\times\pi/8+150\times5\pi/8+250\times\pi/4+180\times\pi)/(2\pi)$$
$$=(280/8+150\times5/8+250/4+180)/2=\mathbf{185.625}\text{ Nm}$$

(2) 计算两条曲线之间的功

$W_1=(185.625-280)\times\pi/8=-37.061$ Nm

$W_2=(185.625-150)\times5\pi/8=69.950$ Nm

$W_3=(185.625-250)\times\pi/4=-50.560$ Nm

$W_4=(185.625-180)\times\pi=17.671$ Nm

(3) 计算功的累加值

$W_0=0$

$W_0+W_1=-37.061$ Nm

$W_0+W_1+W_2=-37.061+69.950=32.889$ Nm

$W_0+W_1+W_2+W_3=-37.061+69.950-50.560=-17.671$ Nm

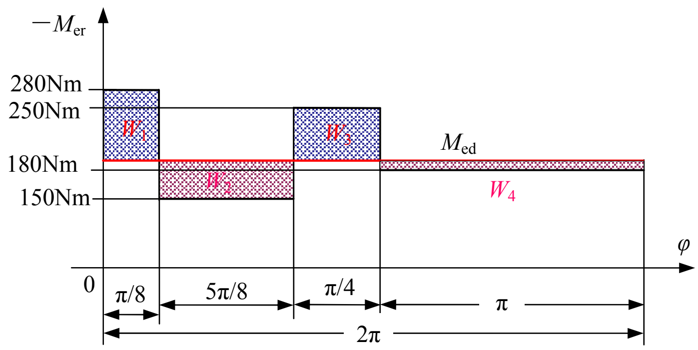
$W_0+W_1+W_2+W_3+W_4=-37.061+69.950-50.560+17.671=0$ Nm

(4) 计算最大盈亏功$\triangle W_{max}$＝32.889－(－37.061)＝69.950 Nm

(5) 计算角速度 $\omega_1$ 的平均值 $\omega_{1m}$＝$2\pi n_1/60$＝2π×240/60＝25.133 rad/s

(6) 由 $J_F \geqslant \triangle W_{max}/(\omega_{1m}^2[\delta]) - J_{eP}$ 计算飞轮的转动惯量 $J_F$ 为

$J_F \geqslant 69.950/(25.133^2\times 0.026) - 2 = 2.259$ kgm$^2$。■




**题 7－3 图**

7－4 题 7－4 图为一齿轮机构与余弦机构组合的平面六杆机构，已知齿轮 1 的齿数 $Z_1$＝24，转动惯量 $J_1$＝0.08 kgm$^2$，角速度 $\omega_1$ 的平均值 $\omega_{1m}$＝25.133 rad/s；齿轮 2 的齿数 $Z_2$＝52，转动惯量 $J_2$＝0.15 kgm$^2$；齿轮 2 上的 $C$ 点到转动中心 $B$ 点的距离 $b_2$＝0.200 m。滑块 3 及其销轴的质量 $m_3$＝40 kg，滑块 4 的质量 $m_4$＝120 kg。当滑块 4 的速度 $V_4 \leqslant 0$ 时，工作阻力 $F_r$＝3 000 N；当滑块 4 的速度 $V_4 > 0$ 时，$F_r$＝0。设驱动力矩 $M_{d1}$ 为常数。

试求：

(1) 机构以齿轮 1 的角位移 $\varphi_1$ 为等效构件角位移的等效转动惯量 $J_{e1}$；

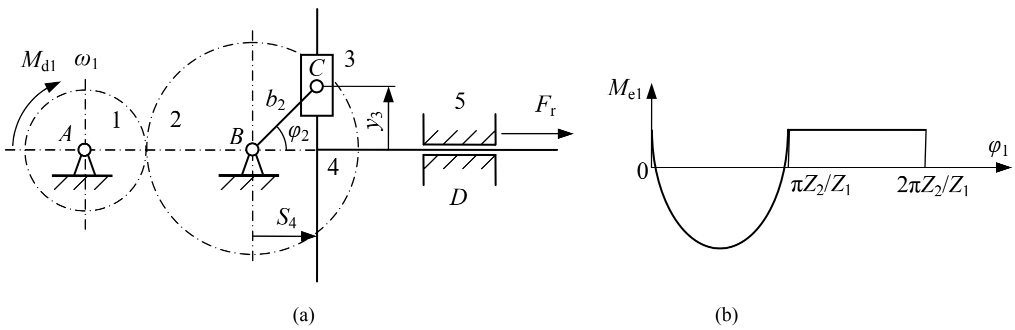
(2) 求驱动力矩 $M_{d1}$；

(3) 求等效力矩 $M_{e1}$；

(4) 求最大盈亏功$\triangle W_{max}$；

(5) 无飞轮时，求齿轮 1 的速度波动不均匀系数 $\delta$。

(6) 有飞轮时，设 $J_F$＝10 kgm$^2$，求齿轮 1 的速度波动不均匀系数 $\delta_F$。




**题 7－4 图**

解：

(1) 计算等效转动惯量 $J_{e1}$

由 $\omega_1/\omega_2=Z_2/Z_1$ 得 $\varphi_1=(Z_2/Z_1)\varphi_2$， $\varphi_2=(Z_1/Z_2)\varphi_1$， $\varphi_2$、$\varphi_1$ 的变化区间分别为 $0\leqslant\varphi_2\leqslant 2\pi$，$0\leqslant\varphi_1\leqslant 2\pi Z_2/Z_1$，

$$S_4=b_2\cos\varphi_2=b_2\cos(Z_1\varphi_1/Z_2) \quad (10-1)$$

$$V_4=-b_2\omega_2\sin\varphi_2=-b_2(\omega_1 Z_1/Z_2)\sin(Z_1\varphi_1/Z_2) \quad (10-2)$$

$$V_3=V_{C2}=\omega_2 b_2=b_2(\omega_1 Z_1/Z_2) \quad (10-3)$$

$$J_{e1}=J_{e1i}(\varphi_1)=J_1+J_2(\frac{Z_1}{Z_2})^2+m_3(\frac{b_2Z_1}{Z_2})^2+m_4(\frac{b_2Z_1}{Z_2})^2\sin^2(\frac{Z_1\varphi_1}{Z_2}) \quad (10-4)$$

$$J_{e1P}=J_1+J_2(\frac{Z_1}{Z_2})^2+m_3(\frac{b_2Z_1}{Z_2})^2+\frac{1}{2\pi Z_2/Z_1}m_4(\frac{b_2Z_1}{Z_2})^2\int_0^{2\pi Z_2/Z_1}\sin^2(\frac{Z_1\varphi_1}{Z_2})\mathrm{d}\varphi_1$$

$$J_{e1P}=J_1+J_2(\frac{Z_1}{Z_2})^2+m_3(\frac{b_2Z_1}{Z_2})^2+\frac{m_4}{2\pi}(\frac{b_2Z_1}{Z_2})^2\int_0^{2\pi Z_2/Z_1}\sin^2(\frac{Z_1\varphi_1}{Z_2})\mathrm{d}(\frac{Z_1\varphi_1}{Z_2})$$

$$J_{e1P}=J_1+J_2(\frac{Z_1}{Z_2})^2+m_3(\frac{b_2Z_1}{Z_2})^2+\frac{m_4}{2\pi}(\frac{b_2Z_1}{Z_2})^2[\frac{1}{2}\frac{Z_1\varphi_1}{Z_2}-\frac{1}{4}\sin(\frac{2Z_1\varphi_1}{Z_2})]\Big|_0^{2\pi Z_2/Z_1}$$

$$J_{e1P}=J_1+J_2(\frac{Z_1}{Z_2})^2+m_3(\frac{b_2Z_1}{Z_2})^2+\frac{m_4}{2}(\frac{b_2Z_1}{Z_2})^2 \quad (10-5)$$

$$J_{e1P}=0.08+0.15(\frac{24}{52})^2+40(\frac{0.2\times 24}{52})^2+\frac{120}{2}(\frac{0.2\times 24}{52})^2=0.964\text{kgm}^2$$

(2) 计算驱动力矩 $M_{d1}$

当 $0\leqslant\varphi_2\leqslant\pi$ 时，工作阻力 $F_r$ 做负功 $W_{Fr}$，此时，$0\leqslant\varphi_1\leqslant\pi Z_2/Z_1$；当 $\pi<\varphi_2<2\pi$ 时，工作阻力 $F_r=0$，无负载功，此时，$\pi Z_2/Z_1<\varphi_1<2\pi Z_2/Z_1$。设齿轮 2 上的驱动力矩为 $M_2$，则由 $M_2\omega_2=-F_rV_4$ 得 $M_2$ 为

$$\left.\begin{aligned}&M_2=-F_rV_4/\omega_2=F_rb_2\sin\varphi_2 && 0\le\varphi_2\le\pi\\&M_2=0 && \pi\le\varphi_2\le 2\pi\end{aligned}\right\} \quad (10-6)$$

$M_2$ 的平均值 $M_{2P}$ 为

$$M_{2P}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}F_rb_2\sin\varphi_2\mathrm{d}\varphi_2=-\frac{F_rb_2}{2\pi}\cos\varphi_2\Big|_0^{\pi}=\frac{F_rb_2}{\pi} \quad (10-7)$$

由 $M_{d1}\omega_1=M_2\omega_2$， $\omega_2/\omega_1=Z_1/Z_2$， $\varphi_1=(Z_2/Z_1)\varphi_2$ 得齿轮 1 上的驱动力矩 $M_{d1}$ 为

$$\left.\begin{aligned}&M_{d1}=(\omega_2/\omega_1)M_2=(Z_1/Z_2)F_rb_2\sin(Z_1\varphi_1/Z_2) && 0\le\varphi_1\le\pi Z_2/Z_1\\&M_{d1}=0 && \pi Z_2/Z_1\le\varphi_1\le 2\pi Z_2/Z_1\end{aligned}\right\} \quad (10-7)$$

$M_{d1}$ 在一个周期 $0\leqslant\varphi_1\leqslant 2\pi Z_2/Z_1$ 内的平均值 $M_{d1P}$ 为

$$M_{d1P}=\frac{1}{2\pi Z_2/Z_1}\int_0^{\pi Z_2/Z_1}(\frac{Z_1}{Z_2})F_rb_2\sin(\frac{Z_1}{Z_2}\varphi_1)\mathrm{d}\varphi_1=\frac{Z_1F_rb_2}{2\pi Z_2}\int_0^{\pi Z_2/Z_1}\sin(\frac{Z_1}{Z_2}\varphi_1)\mathrm{d}(\frac{Z_1}{Z_2}\varphi_1)$$

$$=-\frac{Z_1F_rb_2}{2\pi Z_2}\cos(\frac{Z_1}{Z_2}\varphi_1)\Big|_0^{\pi Z_2/Z}=\frac{Z_1F_rb_2}{\pi Z_2} \quad (10-8)$$

(3) 计算等效力矩 $M_{e1}$

工作阻力 $F_r$ 转化到齿轮 1 上的等效阻力矩 $M_{er1}$ 为

$$\left.\begin{aligned} &M_{er1} = -(Z_1/Z_2)F_r b_2 \sin(\varphi_1 Z_1/Z_2) && 0 \le \varphi_1 \le \pi Z_2/Z_1 \\ &M_{er1} = 0 && \pi Z_2/Z_1 \le \varphi_1 \le 2\pi Z_2/Z_1 \end{aligned}\right\} \quad (10-9)$$

齿轮 1 上的等效力矩 $M_{e1}$ 为

$$\left.\begin{aligned} &M_{e1} = \frac{F_r b_2 Z_1}{\pi Z_2} - \frac{F_r b_2 Z_1}{Z_2}\sin(\frac{Z_1}{Z_2}\varphi_1) && 0 \le \varphi_1 \le \pi Z_2/Z_1 \\ &M_{e1} = \frac{F_r b_2 Z_1}{\pi Z_2} && \pi Z_2/Z_1 < \varphi_1 < 2\pi Z_2/Z_1 \end{aligned}\right\} \quad (10-10)$$

(4) 求最大盈亏功△$W_{max}$

在 $0 \leqslant \varphi_1 \leqslant \pi Z_2/Z_1$ 区间内，等效力矩 $M_{e1}$ 所做的功 $W_1$ 为

$$W_1 = \int_0^{\pi Z_2/Z_1} [\frac{F_r b_2 Z_1}{\pi Z_2} - \frac{F_r b_2 Z_1}{Z_2}\sin(\frac{Z_1}{Z_2}\varphi_1)]\mathrm{d}\varphi_1$$

$$W_1 = \frac{F_r b_2 Z_1}{\pi Z_2}\frac{\pi Z_2}{Z_1} - F_r b_2 \int_0^{\pi Z_2/Z_1} \sin(\frac{Z_1}{Z_2}\varphi_1)\mathrm{d}(\frac{Z_1}{Z_2}\varphi_1)$$

$$W_1 = F_r b_2 + F_r b_2 \cos(\frac{Z_1}{Z_2}\varphi_1)\Big|_0^{\pi Z_2/Z_1} = F_r b_2 - 2F_r b_2 = -F_r b_2 \quad (10-11)$$

在 $\pi Z_2/Z_1 < \varphi_1 < 2\pi Z_2/Z_1$ 区间内，等效力矩 $M_{e1}$ 所做的功 $W_2$ 为

$$W_2 = \frac{F_r b_2 Z_1}{\pi Z_2}\frac{\pi Z_2}{Z_1} = F_r b_2 \quad (10-12)$$

令功的初始值为零，$W_0=0$，$W_0+W_1=-F_r b_2$，$W_0+W_1+W_2=0$

最大盈亏功△$W_{max}$ 为

$$\Delta W_{max} = F_r b_2 \quad (10-13)$$

(5) 求速度波动的不均匀系数 $\delta$

曲柄 1 的速度波动不均匀系数 $\delta$ 为

无飞轮时，曲柄 1 的速度波动不均匀系数 $\delta$ 为

$$\delta = \Delta W_{max}/(\omega_{1m}^2 J_{e1P}) \quad (10-14)$$

$$\delta = \Delta W_{max}/(\omega_{1m}^2 J_{e1P}) = 3000 \times 0.2/(25.133^2 \times 0.964) = 0.9853$$

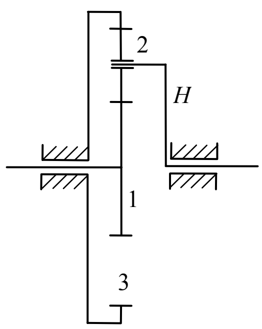
有飞轮时，曲柄 1 的速度波动不均匀系数 $\delta_F$ 为

$$\delta_F = \Delta W_{max}/[\omega_{1m}^2(J_{e1P} + J_F)] \quad (10-15)$$

$$\Delta W_{max} = F_r b_2 = 3000 \times 0.2 = 600 \quad \mathrm{Nm}$$

$$\delta_F = \Delta W_{max}/[\omega_{1m}^2(J_{e1P} + J_F)] = 3000 \times 0.2/[25.133^2(0.964 + 10)] = 0.0866$$

7－5　题 7－5 图为一行星轮系，已知 $Z_1=30$，$J_1=0.04$ kgm²；$Z_2=24$，$m_2=80$ kg，$J_2=0.03$ kgm²；$Z_3=78$，$J_H=0.05$ kgm²；齿轮的模数 $m=8$ mm，作用在从动件 $H$ 上的阻力矩 $M_r=100$ Nm。当取中心轮 1 的角位移作为等效构件的角位移时，求等效转动惯量 $J_{e1}$ 和等效阻力矩 $M_{er1}$。



**题 7－5 图**

解：

(1) 计算传动比

$$i_{13}^{\mathrm{H}}=\frac{\omega_1^{\mathrm{H}}}{\omega_3^{\mathrm{H}}}=\frac{\omega_1-\omega_{\mathrm{H}}}{\omega_3-\omega_{\mathrm{H}}}=\frac{\omega_1-\omega_{\mathrm{H}}}{0-\omega_{\mathrm{H}}}=-\frac{z_2}{z_1}\frac{z_3}{z_2}=-\frac{z_3}{z_1}$$

$$i_{1\mathrm{H}}=\frac{\omega_1}{\omega_{\mathrm{H}}}=1+\frac{z_3}{z_1}，\quad i_{\mathrm{H}1}=\frac{\omega_{\mathrm{H}}}{\omega_1}=\frac{z_1}{z_1+z_3}=\frac{30}{30+78}=\frac{30}{108}=\frac{5}{18}$$

$$i_{12}^{\mathrm{H}}=\frac{\omega_1^{\mathrm{H}}}{\omega_2^{\mathrm{H}}}=\frac{\omega_1-\omega_{\mathrm{H}}}{\omega_2-\omega_{\mathrm{H}}}=\frac{\omega_1-\omega_{\mathrm{H}}}{\omega_2-\omega_{\mathrm{H}}}=-\frac{z_2}{z_1}$$

$$\omega_2=-\frac{z_1}{z_2}(\omega_1-\omega_{\mathrm{H}})+\omega_{\mathrm{H}}$$

$$i_{21}=-\frac{z_1}{z_2}(1-i_{\mathrm{H}1})+i_{\mathrm{H}1}$$

(2) 计算等效转动惯量

$$J_{\mathrm{e}1}=J_1+m_2[\frac{m(Z_1+Z_2)}{2}i_{\mathrm{H}1}]^2+J_2[-\frac{z_1}{z_2}(1-i_{\mathrm{H}1})+i_{\mathrm{H}1}]^2+J_{\mathrm{H}}i_{\mathrm{H}1}^2$$

$$J_{\mathrm{e}1}=0.04+80[\frac{0.008(30+24)}{2}\frac{5}{18}]^2+0.03[-\frac{30}{24}(1-\frac{5}{18})+\frac{5}{18}]^2+0.05(\frac{5}{18})^2$$
$$=0.04+0.288+0.01172+0.000386=0.3401\quad \mathrm{kgm^2}$$

(3) 计算等效阻力矩

$$M_{\mathrm{er}1}=M_{\mathrm{r}}i_{\mathrm{H}1}$$
$$M_{\mathrm{er}1}=100\times 5/8=62.5\quad \mathrm{Nm}$$