

## 习 题

10-1 一对渐开线标准齿轮在标准中心距下传动，传动比  $i_{12}=3.6$ ，模数  $m=6$  mm，压力角  $\alpha=20^\circ$ ，中心距  $a=345$  mm，求小齿轮的齿数  $z_1$ ，分度圆直径  $d_1$ ，基圆直径  $d_{b1}$ ，齿厚  $s$  与齿槽宽  $e$ ，基圆齿厚  $s_{b1}$ 。

解：

(1) 计算小齿轮的齿数

由  $a=m(z_1+z_2)/2=mz_1(1+i_{12})/2=6z_1(1+3.6)/2=345$  mm 得  $z_1=25$ ， $z_2=25 \times 3.6=90$

(2) 计算小齿轮的分度圆直径  $d_1=mz_1=6 \times 25=150$  mm

(3) 计算小齿轮的基圆直径  $d_{b1}=d_1 \cos \alpha=150 \cos 20^\circ=140.954$  mm

(4) 计算小齿轮的齿厚  $s=m\pi/2=6 \times \pi/2=9.425$  mm

(5) 计算小齿轮的齿槽宽  $e=m\pi/2=6 \times \pi/2=9.425$  mm

(6) 计算小齿轮的基圆齿厚

$$s_K = s \frac{r_K}{r} - 2r_K(\text{inv}\alpha_K - \text{inv}\alpha), \quad s_{b1} = s \frac{r_{b1}}{r_1} - 2r_{b1}(\text{inv}\alpha_{b1} - \text{inv}\alpha) = s \frac{r_{b1}}{r_1} + 2r_{b1}\text{inv}\alpha$$

$$s_{b1} = s \frac{r_{b1}}{r_1} + 2r_{b1}\text{inv}20^\circ = 9.425 \frac{140.954}{150} + 140.954 \times (\tan 20^\circ - 20^\circ \times \pi/180) = 10.957 \text{ mm}$$

10-2 一对渐开线标准齿轮在标准中心距下传动，如题 10-2 图所示，已知模数  $m=4$  mm，齿数如图所示，压力角  $\alpha=20^\circ$ ，求中心距  $a$ ，小齿轮分度圆直径  $d_1$ ，齿顶圆直径  $d_{a1}$ ，齿根圆直径  $d_{f1}$ ，基圆直径  $d_{b1}$ ，基圆齿厚  $s_{b1}$ 。

解：由图得  $z_1=18$   $z_2=24$

(1) 计算中心距

$$a=m(z_1+z_2)/2=4(18+24)/2=84 \text{ mm}$$

(2) 计算小齿轮分度圆直径

$$d_1=mz_1=4 \times 18=72 \text{ mm}$$

(3) 计算小齿轮齿顶圆直径

$$d_{a1}=(z_1+2h_a^*)m=(18+2) \times 4=80 \text{ mm}$$

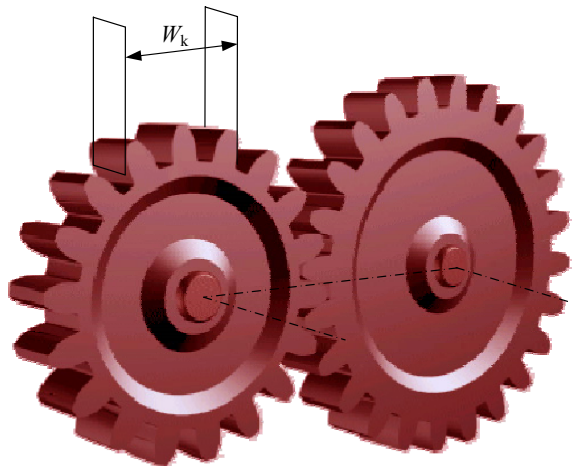
(4) 计算小齿轮齿根圆直径

$$d_{f1}=(z_1-2h_a^*-2c^*)m=(18-2-0.5) \times 4=62 \text{ mm}$$

(5) 计算小齿轮基圆直径  $d_{b1}=d_1 \cos \alpha=72 \cos 20^\circ=67.658$  mm

(6) 计算小齿轮基圆齿厚

$$s_{b1} = s \frac{r_{b1}}{r_1} + 2r_{b1}\text{inv}20^\circ = \frac{4 \times \pi}{2} \frac{67.658}{72} + 67.658 \times (\tan 20^\circ - 20^\circ \times \pi/180) = 6.913 \text{ mm} \blacksquare$$



题 10-2 图

10-3 在题 10-2 图所示的齿轮传动中， $W_k$  表示跨  $k=3$  个齿的公法线，跨齿数  $k=\alpha z/180^\circ + 0.5$ ， $\alpha$  为压力角， $\alpha=20^\circ$ ，通过测量  $W_k$ ，可以检测标准齿轮分度圆上的齿厚。 $W_k$  的计算公式为

$$W_k=(k-1)p_b+s_b=m\cos\alpha[(k-0.5)\pi+z\text{inv}\alpha]$$

$\text{inv}\alpha$  为渐开线函数,  $\text{inv}\alpha = \tan\alpha - \alpha$ 。设  $W_3$  的测量值  $W_{3c} = 30.415 \text{ mm}$ , 试利用该式计算理论公法线长度  $W_3$ , 计算分度圆上的实际齿厚  $s_{1c}$  与误差  $\Delta s_{1c}$ 。

解:

(1) 计算理论公法线长度的一般公式

计算理论公法线长度的一般公式为

$W_k = (k-1)p_b + s_b = m \cos\alpha [(k-0.5)\pi + z \text{inv}\alpha] + 2x m \sin\alpha$ ,  $x$  为变位系数, 此题的  $x=0$ 。

(2) 计算基圆齿厚

$$s_{b1} = s \frac{r_{b1}}{r_1} + 2r_{b1} \text{inv}20^\circ = \frac{4 \times \pi}{2} \frac{67.658}{72} + 67.658 \times (\tan 20^\circ - 20^\circ \times \pi / 180) = 6.913 \quad \text{mm}$$

(3) 计算理论公法线长度  $W_3$

由  $W_k = (k-1)p_b + s_b$  得理论公法线长度  $W_3$  为

$$W_3 = (k-1)p_{b1} + s_{b1} = (k-1)m\pi \cos\alpha + s_{b1} = (3-1)4\pi \cos 20^\circ + 6.913 = 30.530 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

(4) 计算理论基圆齿距

由  $(k-1)p_{b1} + s_{b1} = m \cos\alpha [(k-0.5)\pi + z_1 \text{inv}\alpha]$  得  $p_{b1}$  为

$$p_{b1} = \{m \cos\alpha [(k-0.5)\pi + z_1 \text{inv}\alpha] - s_{b1}\} / (k-1)$$

$$p_{b1} = \{4 \cos 20^\circ [2.5\pi + 18(\tan 20^\circ - 20^\circ \times \pi / 180)] - 6.913\} / 2 = 11.808 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

或由  $p_{b1} \times z_1 = d_{b1} \times \pi$  得  $p_{b1}$  为

$$p_{b1} = d_{b1} \times \pi / z_1 = 67.658 \times \pi / 18 = 11.808 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

(5) 计算分度圆上的实际齿厚  $s_{1c}$

通过测量  $W_k$ , 得到分度圆的实际齿厚  $s_{1c}$ , 将  $W_k = m \cos\alpha [(k-0.5)\pi + z \text{inv}\alpha]$  的两边同时乘以  $\pi/2$  得

$$W_k(\pi/2) = m(\pi/2) \cos\alpha [(k-0.5)\pi + z \text{inv}\alpha] = s \cos\alpha [(k-0.5)\pi + z \text{inv}\alpha]$$

将上式中的  $W_k$  代入测量值  $30.415 \text{ mm}$  得分度圆上的实际齿厚  $s_{1c}$  为

$$s_{1c} = (W_k \pi / 2) / \{\cos\alpha [(k-0.5)\pi + z_1 \text{inv}\alpha]\} \\ = 30.415 \times \pi / 2 / \{\cos 20^\circ [(3-0.5)\pi + 18 \text{inv}20^\circ]\} = 6.260 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

(6) 计算分度圆上齿厚的误差  $\Delta s_{1c}$

$s_1$  的理论值为

$$s_1 = m\pi/2 = 4 \times \pi/2 = 6.283 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

分度圆上的齿厚误差  $\Delta s_{1c}$  为

$$\Delta s_{1c} = s_{1c} - s_1 = 6.260 - 6.283 = -0.023 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

10-4 一对渐开线标准齿轮在标准中心距下传动, 已知模数  $m=4 \text{ mm}$ , 齿数  $z_1=21$ 、 $z_2=72$ , 试求其重合度。

解:

$$d_{b1} = d_1 \cos\alpha = m z_1 \cos\alpha = 4 \times 21 \cos 20^\circ = 78.934 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_2 \cos\alpha = m z_2 \cos\alpha = 4 \times 72 \cos 20^\circ = 270.631 \text{ mm}$$

$$d_{a1} = (z_1 + 2 h_a^*) m = (21 + 2) 4 = 91 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = (z_2 + 2 h_a^*) m = (72 + 2) 4 = 296 \text{ mm}$$

$$\alpha_{a1} = \arccos(r_{b1}/r_{a1}), \quad \alpha_{a2} = \arccos(r_{b2}/r_{a2}), \quad \alpha' = \arccos(a \cos\alpha / a')$$

$$\alpha_{a1} = \arccos(r_{b1}/r_{a1}) = \arccos(78.934/91) = 29.841$$

$$\alpha_{a2} = \arccos(r_{b2}/r_{a2}) = \arccos(270.631/296) = 23.894$$

$$\alpha' = \alpha = 20^\circ$$

$$\varepsilon_\alpha = [z_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + z_2(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')]/(2\pi)$$

$$\varepsilon_\alpha = [21(\tan 29.841 - \tan 20) + 72(\tan 23.894 - \tan 20)]/(2\pi) = (4.4034 + 5.6911)/(2\pi) = 1.606$$

■

10-5 一对渐开线标准齿轮在标准中心距下传动，已知模数  $m=6$ ，齿数  $z_1=23$ 、 $z_2=64$ ，当中心距  $a'=263$  mm 时，试计算啮合角  $\alpha'$ 。

解：

(1) 计算标准中心距  $a = m(z_1+z_2)/2 = 6(23+64)/2 = 261$  mm

(2) 由  $a \cos \alpha = a' \cos \alpha'$  得

$$\alpha' = \arccos(a \cos \alpha / a') = \arccos(261 \cos 20^\circ / 263) = 21.165^\circ \quad \blacksquare$$

10-6 一对渐开线标准斜齿轮在标准中心距下传动，已知模数  $m_n=8$ ，齿数  $z_1=25$ 、 $z_2=67$ ，螺旋角  $\beta=20^\circ$ ，齿宽  $b=65$  mm，试求重合度  $\varepsilon_\gamma$ 。

解：

$$\tan \alpha_t = \tan \alpha_n / \cos \beta$$

$$\alpha_t = \arctan(\tan \alpha_n / \cos \beta) = \arctan(\tan 20^\circ / \cos 20^\circ) = 21.173^\circ \quad \blacksquare$$

$$m_n = m_t \cos \beta$$

$$m_t = m_n / \cos \beta = 8 / \cos 20^\circ = 8.513 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

$$h_{an}^* m_n = h_{at}^* m_t, \quad c_{an}^* m_n = c_{at}^* m_t$$

$$h_{at}^* = h_{an}^* m_n / m_t = 1 \times 8 / 8.513 = 0.9397$$

$$c_{at}^* = c_{an}^* m_n / m_t = 0.25 \times 8 / 8.513 = 0.2349 \quad \blacksquare$$

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_t = m_t z_1 \cos \alpha_t = 8.513 \times 25 \cos 21.173^\circ = 198.458 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha_t = m_t z_2 \cos \alpha_t = 8.513 \times 67 \cos 21.173^\circ = 531.868 \text{ mm}$$

$$d_{a1} = (z_1 + 2 h_{at}^*) m_t = (25 + 2 \times 0.9397) 8.513 = 228.824 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = (z_2 + 2 h_{at}^*) m_t = (67 + 2 \times 0.9397) 8.513 = 586.370 \text{ mm}$$

$$\alpha_{at1} = \arccos(r_{b1}/r_{a1}), \quad \alpha_{at2} = \arccos(r_{b2}/r_{a2})$$

$$\alpha_{at1} = \arccos(r_{b1}/r_{a1}) = \arccos(198.458/228.824) = 29.854$$

$$\alpha_{at2} = \arccos(r_{b2}/r_{a2}) = \arccos(531.868/586.370) = 24.899$$

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = [z_1(\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha') + z_2(\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha')]/(2\pi) + b \sin \beta / (m_n \pi)$$

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = [25(\tan 29.854 - \tan 20) + 67(\tan 24.899 - \tan 20)]/(2\pi) + 65 \sin 20 / (8\pi)$$

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = [5.2497 + 6.7129]/(2\pi) + 0.8845 = 1.9139 + 0.8845 = 2.788 \quad \blacksquare$$

10-7 一对渐开线变位齿轮传动，已知模数  $m=4$  mm，齿数  $z_1=23$ 、 $z_2=79$ ，变位系数  $x_1=0.65$ ， $x_2=-0.4$ ，求中心距  $a'$ ，啮合角  $\alpha'$ ，小齿轮的分度圆直径  $d_1$ ，齿顶圆直径  $d_{a1}$ ，齿根圆直径  $d_{f1}$ ，齿高  $h$ 。

解：

(1) 计算啮合角  $\alpha'$

$$a = m(z_1 + z_2)/2 = 4(23 + 79)/2 = 204 \text{ mm}$$

$$\text{inv}\alpha' = 2(x_1 + x_2) \tan \alpha / (z_1 + z_2) + \text{inv}\alpha$$

$$\begin{aligned} \text{inv}\alpha' &= 2(0.65 - 0.4) \tan 20^\circ / (23 + 79) + (\tan 20^\circ - 20^\circ \times \pi / 180^\circ) \\ &= 2 \times 0.25 \tan 20^\circ / 102 + (\tan 20^\circ - 20^\circ \times \pi / 180^\circ) \\ &= 0.001784 + 0.01490 = 0.016688 \end{aligned}$$

$$\text{inv}\alpha' = \tan\alpha' - \alpha' = 0.016688$$

$$\alpha' = 20.741^\circ \quad \blacksquare$$

(2) 计算中心距  $a'$

$$y = 0.5(z_1 + z_2)(\cos \alpha / \cos \alpha' - 1)$$

$$y = 0.5(23 + 79)(\cos 20^\circ / \cos 20.741^\circ - 1) = 0.2455$$

$$a' = m(z_1 + z_2)/2 + ym = 4(23 + 79)/2 + 0.2455 \times 4 = 204.982 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

$$\sigma = (x_1 + x_2) - y$$

$$\sigma = (0.65 - 0.4) - 0.2455 = 0.0045 \quad \blacksquare$$

(3) 计算小齿轮的分度圆直径  $d_1 = mz_1 = 4 \times 23 = 92 \text{ mm} \quad \blacksquare$

(4) 计算小齿轮的齿顶圆直径

$$d_{a1} = mz_1 + 2(h_a^* + x_1 - \sigma)m = 4 \times 23 + 2(1 + 0.65 - 0.0045)4 = 105.164 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

(5) 计算小齿轮的齿根圆直径

$$d_{f1} = mz_1 - 2(h_a^* + c^* - x_1)m = 4 \times 23 + 2(1 + 0.25 - 0.65)4 = 96.800 \text{ mm} \quad \blacksquare$$

(6) 计算小齿轮的齿高  $h = (2h_a^* + c^* - \sigma)m = (2 \times 1 + 0.25 - 0.0045)4 = 8.982 \text{ mm} \quad \blacksquare$

10-8 一对等顶隙型直齿圆锥齿轮传动，已知模数  $m = 6 \text{ mm}$ ，齿数  $z_1 = 21$ 、 $z_2 = 62$ ，齿宽  $b = 45 \text{ mm}$ ，试计算小圆锥齿轮大端分度圆直径  $d_1$ ，大端齿顶高  $h_{a1}$ ，大端齿根高  $h_{f1}$ ，大端齿全高  $h_1$ ，大端齿顶圆直径  $d_{a1}$ ，大端齿根圆直径  $d_{f1}$ ，锥距  $R$ ，齿顶角  $\theta_{a1}$ ，齿根角  $\theta_{f1}$ ，顶锥角  $\delta_{a1}$ ，根锥角  $\delta_{f1}$ 。

解：

(1) 计算小圆锥齿轮大端分度圆直径  $d_1 = mz_1 = 6 \times 21 = 126 \text{ mm}$

(2) 计算小圆锥齿轮大端齿顶高  $h_{a1} = h_a^* m = 1 \times 6 = 6 \text{ mm}$

(3) 计算小圆锥齿轮大端齿根高  $h_{f1} = (h_a^* + c^*)m = (1 + 0.2)6 = 7.2 \text{ mm}$

(4) 计算小圆锥齿轮大端齿全高  $h_1 = (2h_a^* + c^*)m = (2 \times 1 + 0.2)6 = 13.2 \text{ mm}$

(5) 计算小圆锥齿轮分度锥角  $\delta_1 = \arctan(1/i_{12}) = \arctan(z_1/z_2) = \arctan(21/62) = 18.7117^\circ$

(6) 计算小圆锥齿轮大端齿顶圆直径  $d_{a1} = d_1 + 2h_{a1}\cos\delta_1 = 126 + 2 \times 6\cos 18.7117^\circ = 137.366 \text{ mm}$

(7) 计算小圆锥齿轮大端齿根圆直径  $d_{f1} = d_1 - 2h_{f1}\cos\delta_1 = 126 - 2 \times 7.2\cos 18.7117^\circ = 112.361 \text{ mm}$

(8) 计算锥距  $R = 0.5m\sqrt{z_1^2 + z_2^2} = 0.5 \times 6\sqrt{21^2 + 62^2} = 196.380 \text{ mm}$

(9) 计算小圆锥齿轮齿顶角  $\theta_{a1} = \arctan(h_a/R) = \arctan(6/196.380) = 1.750^\circ$

(10) 计算小圆锥齿轮齿根角  $\theta_{f1} = \arctan(h_f/R) = \arctan(7.2/196.380) = 2.0997^\circ$  ( $\theta_{f2} =$

$\theta_{f1}$ )

(11) 计算小圆锥齿轮顶锥角  $\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{f2} = 18.7117^\circ + 2.0997^\circ = 20.8114^\circ$

(12) 计算小圆锥齿轮根锥角  $\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1} = 18.7117^\circ - 2.0997^\circ = 16.612^\circ \quad \blacksquare$

10-9 一圆柱蜗杆传动, 已知蜗杆的齿数  $z_1=1$ , 蜗轮的齿数  $z_2=42$ , 蜗杆的分度圆直径  $d_1=80$  mm, 蜗轮的分度圆直径  $d_2=336$  mm, 试计算: ① 蜗轮的端面模数  $m_{t2}$  与蜗杆的轴向模数  $m_{a1}$ , ② 蜗杆的轴向齿距  $p_{a1}$ , ③ 导程  $L$ , ④ 蜗杆的直径系数  $q$ ; ⑤ 蜗杆传动的标准中心距  $a$ , ⑥ 导程角  $\lambda_1$ 。

解:

(1) 计算蜗轮的端面模数与蜗杆的轴向模数

$$d_2 = mz_2 = 42m = 336 \text{ mm}, \quad m = 336/42 = 8 \text{ mm}, \quad m_{t2} = m_{a1} = m = 8 \text{ mm}$$

(2) 计算蜗杆的轴向齿距  $p_{a1} = p_{t2} = m_{a1}\pi = 8\pi = 25.133$  mm,

(3) 计算蜗杆的导程  $L = z_1 p_{a1} = 25.133$  mm

(4) 计算蜗杆的直径系数  $q = d_1/m = 80/8 = 10$

(5) 计算蜗杆传动的标准中心距  $a = m(q+z_2)/2 = 8(10+42)/2 = 208$  mm

(6) 计算导程角  $\lambda_1 = \arctan\left(\frac{L}{\pi d_1}\right) = \arctan\left(\frac{z_1 p_{a1}}{\pi d_1}\right) = \arctan\left(\frac{z_1 m_{a1}}{d_1}\right) = \arctan\left(\frac{z_1 m}{d_1}\right)$

$$\lambda_1 = \arctan\left(\frac{z_1 m}{d_1}\right) = \arctan\left(\frac{1 \times 8}{80}\right) = 5.711^\circ \quad \blacksquare$$

10-10 现需要设计一对渐开线外啮合标准直齿圆柱齿轮机构。已知  $Z_1=18$ ,  $Z_2=37$ ,  $m=5$  mm,  $\alpha=20^\circ$ ,  $h_a^*=1$ ,  $c^*=0.25$ , 试求:

(1) 两轮的几何尺寸 ( $d_1$ 、 $d_2$ ;  $d_{b1}$ 、 $d_{b2}$ ;  $d_{a1}$ 、 $d_{a2}$ ;  $d_{f1}$ 、 $d_{f2}$ ) 及标准中心距  $a$ ;

(2) 计算重合度  $\epsilon_\alpha$  并绘出单、双齿啮合区。

解:

(1)  $d_1 = mZ_1 = 5 \times 18 = 90$  mm,

$d_2 = mZ_2 = 5 \times 37 = 185$  mm;

$d_{b1} = mZ_1 \cos 20^\circ = 5 \times 18 \cos 20^\circ = 84.572$  mm,

$d_{b2} = mZ_2 \cos 20^\circ = 5 \times 37 \cos 20^\circ = 173.843$

mm;

$d_{a1} = (z_1 + 2h_a^*)m = (18 + 2)5 = 100$  mm,

$d_{a2} = (z_2 + 2h_a^*)m = (37 + 2)5 = 195$  mm;

$d_{f1} = (z_1 - 2h_a^* - 2c^*)m = (18 - 2 - 2 \times 0.25)5 = 77.5$  mm,

$d_{f2} = (z_2 - 2h_a^* - 2c^*)m = (37 - 2 - 2 \times 0.25)5 = 172.5$  mm;

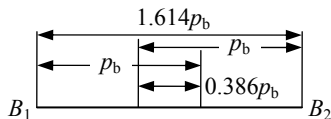
标准中心距为  $a = m(Z_1 + Z_2)/2 = 5(18 + 37)/2 = 137.5$  mm。

(2)  $\alpha_{a1} = \arccos(d_{b1}/d_{a1}) = \arccos(84.572/100) = 32.251^\circ$ ,

$\alpha_{a2} = \arccos(d_{b2}/d_{a2}) = \arccos(173.843/195) = 26.937^\circ$ ;

$$\epsilon_\alpha = B_1 B_2 / p_b = (B_1 C + C B_2) / (m\pi \cos \alpha) = [z_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + z_2(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')] / (2\pi)$$

$$\epsilon_\alpha = [18(\tan 32.251^\circ - \tan 20^\circ) + 37(\tan 26.937^\circ - \tan 20^\circ)] / (2\pi) = 1.614 \quad \blacksquare$$



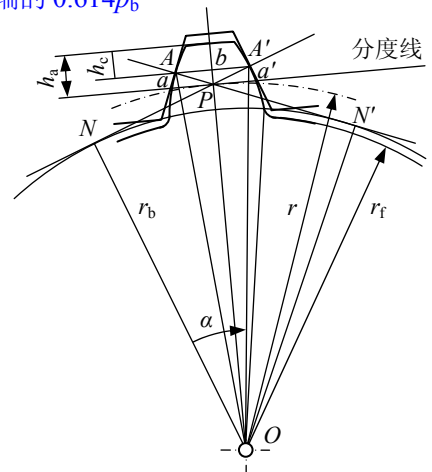
单齿啮合区为中间的  $(1 - 0.614)p_b = 0.386p_b$

双齿啮合区为两端的  $0.614p_b$

题 10-10 图

10-11 当标准齿条的齿廓与被测量的外齿轮的齿廓对称相切时, 两切点之间的距离  $AA'$  称为固定弦齿厚, 以  $\bar{s}_c$  表示, 固定弦至齿顶的距离称为固定弦齿高, 以  $h_c$  表示, 如题 10-11 图所示。试证明  $\bar{s}_c = s \cos^2 \alpha$ ,  $h_c = h_a - (s/4)\sin(2\alpha)$ 。

解:



题 10-11 图

(1) 在题 8-11 图中,  $\overline{PA} = \overline{Pa} \cos \alpha = (s/2) \cos \alpha$ ,  
 $\overline{s_c} = \overline{AA'} = 2\overline{PA} \cos \alpha = s \cos^2 \alpha$ 。

(2)  $h_c = h_a - \overline{Pb} = h_a - \overline{PA} \sin \alpha = h_a - (s/2) \cos \alpha \sin \alpha$ ,  
 $h_c = h_a - (s/4) \sin(2\alpha)$ 。

当以固定弦齿高  $h_c$  为基准, 测量出固定弦齿厚  $\overline{s_c}$  后, 通过  $s = \overline{s_c} / \cos^2 \alpha$ , 可以判断出齿厚  $s$  的偏差 (要求齿顶圆有严格的公差)。